

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

Е.А. Журавлева
«15» января 2025 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Аналитическая геометрия и линейная алгебра

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки – Математика. Экономика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Курс – 1-2 курс (1-3 семестр)/ 2-4 курс (4-7, 9-10 триместр)

Разработчик

доцент кафедры ВМ и МПМ

Тищенко Е.В.

Заведующий кафедрой

высшей математики

и методики преподавания математики

Я.П. Кривко

Протокол

от «13» 01 2025 г. № 4

Луганск, 2025

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины Аналитическая геометрия и линейная алгебра и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины Аналитическая геометрия и линейная алгебра.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств.

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональным стандартом, утвержденным Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"» от 18 октября 2013 г. № 544н.

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-2. Способен осваивать и применять базовые научно-теоретические знания и практические умения по математике в профессиональной деятельности	ПК.2.1. Способен формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий по математике
	ПК.2.2. Демонстрирует знание содержания образовательных программ по математике
	ПК.2.3. Способен проектировать образовательные программы различных уровней и элементы образовательных программ в предметной области «Математика»

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
1 семестр		
Тема 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений. Числовые поля.	ПК–2	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, контрольная работа
Тема 2. Элементы векторной алгебры.	ПК–2	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, контрольная работа
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)
2 семестр		
Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве (кривые и поверхности первого порядка)	ПК–2	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, контрольная работа
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)
3 семестр		
Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве (кривые и поверхности второго порядка)	ПК–2	Итоговый тест, выполнение индивидуального задания
Тема 4. Элементы теории линейных пространств и линейных операторов	ПК–2	Коллоквиум
Промежуточная аттестация	ПК–2	Экзамен (устный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК–2	<p>знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; основные психолого-педагогические и теоретико-методологические основы формирования универсальных учебных действий на уроках математики; современную методологию педагогического проектирования; теорию и технологию обучения и воспитания обучающихся в рамках предмета «аналитическая геометрия и линейная алгебра»; сущность понятия «образовательная программа»; комплекс действующих нормативов, определяющих стратегию, цели и содержание соответствующего уровня и типа образования <p>умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - находить решения систем линейных алгебраических уравнений, применять методы работы с системами к решению профессиональных задач; оперировать с векторами, использовать векторную алгебру при решении физических и геометрических задач; применять теорию операторов для

	<p>решения поставленных задач, решать задачи на собственные значения и собственные векторы; устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения; применять специальные научные знания для проектирования педагогической деятельности на основе результатов исследований в соответствии с нормативными документами в сфере образования;</p> <p>владеет навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решения задач линейной алгебры; решениями уравнений основных геометрических образов – на плоскости, в пространстве; методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; использования технологий проектирования педагогической деятельности на основе специальных научных знаний и результатов исследований; современными психолого-педагогическими технологиями.
--	--

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	6
работа на практических занятиях (12х5х0,4)	24
выполнение контрольной работы (5х2)	10
выполнение индивидуального задания	20
экзамен	40
Итого за 1 семестр:	100
2 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	5
работа на практических занятиях (6х5х0,6)	18
выполнение контрольной работы	5
выполнение индивидуального задания	32
экзамен	40
Итого за 2 семестр:	100
3 семестр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	5
работа на практических занятиях (10х5х0,4)	20
выполнение контрольной работы	5
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	40
Итого за 3 семестр:	100

Заочная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
4 триместр	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
работа на практических занятиях (10х3)	20
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	40
Итого за 4 триместр:	100
5-7 триместры	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
работа на практических занятиях (5х3)	15
выполнение индивидуального задания	35
экзамен	40
Итого за 5-7триместры:	100
9-10 триместры	
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
работа на практических занятиях (5х4)	20
выполнение индивидуального задания	30
экзамен	40
Итого за 9-10 триместры:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические	

		навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Индивидуальное задание 1

1. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель, раскрыв его по одному из столбцов и по одной из строк:

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 & 5 \\ 4 & -2 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 0 & 7 \\ 2 & -12 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров и при помощи элементарных преобразований строк и столбцов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 \\ -2 & -3 & -1 & 3 \\ 7 & 5 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Убедиться, используя теорему Кронекера-Капелли, в совместности системы. Найти общее решение и два частных. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 18x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 24x_4 = 18 \\ -3x_1 - x_3 - 4x_4 = -3 \\ -9x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 12x_4 = -9 \end{cases}$$

6. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(1; 3; 2), B(-1; 6; 2), C(-1; 3; 8), D(1; 6; 10). Записать векторы \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} в системе орт $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и найти модули этих векторов; найти угол между векторами \vec{AB} , \vec{AC} ; найти проекцию вектора \vec{AD} на вектор \vec{AB} ; найти площадь грани ABC; найти объем пирамиды ABCD; определить какой тройкой векторов (левой или правой) являются векторы \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} ; найти орт вектора \vec{AB} ; найти координаты центра тяжести треугольника ABC.

7. Даны четыре вектора: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} в этом базисе $a = (-2, 3, -1); b = (1, -2, 3); c = (1, -3, 4); d = (-4, 5, -1)$.
8. Даны вектора $a = 4m + n, b = 3m - n$, модули векторов $|m| = 1, |n| = 3$,
 $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти проекцию вектора.

Индивидуальное задание 2

1. Найти координаты точки С, которая делит отрезок АВ в указанном соотношении 3:5, считая от точки А. Координаты начала и конца отрезка: А(1;-2;3), В(-4;2;5).
2. Полус полюс полярной системы координат совпадает с началом координат, а полярная ось совпадает с положительной полуосью абсцисс. Найти: а) декартовы прямоугольные координат точки М, если известны ее полярные координаты М(5; 0); б) полярные координаты точки Р по ее декартовым координатам Р(1;2)
3. Даны координаты вершин треугольника АВС: А (-8;-3); В (0;-9); С(2;5). Найти: длину стороны АВ; уравнения сторон АВ и ВС и их угловые коэффициенты; внутренний угол В; уравнение медианы АЕ; уравнение и длину высоты CD; уравнение биссектрисы АК; уравнение прямой, проходящей через точку Е параллельно стороне АВ; координаты точки М, расположенной симметрично точке А относительно прямой CD.
4. Написать векторное параметрическое уравнение прямой, которая задана как пересечение двух плоскостей: $3x + y - z = 7, 2x + y = 5$. В качестве опорной точки взять точку, лежащую в плоскости Оху.
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через первую прямую $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}; \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ параллельно второй:
6. Найти угол между плоскостями. $x - 3y + 5 = 0, 2x - y + 5z - 16 = 0$.
7. Даны координаты четырех точек А (x₁; y₁; z₁), В (x₂; y₂; z₂), С (x₃; y₃; z₃), D (x₄; y₄; z₄). Необходимо найти: уравнение плоскости α, проходящей через точки А, В, С; уравнение прямой АВ; уравнение прямой, параллельной прямой АВ и проходящей через точку С; уравнение прямой, перпендикулярной плоскости α и проходящей через точку D; уравнение плоскости β, проходящей через точку D перпендикулярно прямой АВ; расстояние от точки D до плоскости α; синус угла между прямой AD и плоскостью α. (А (-2; 3; 4); В (6; 3; -1); С (1; 6; -1); D (2; 3; 7)).

Индивидуальное задание 3

1. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:
 $a) x^2 + y^2 + 4x + 2y + 4 = 0;$ $в) y = -4 - \sqrt{5x - 10};$
 $б) 5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0;$ $г) 5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0.$
2. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.
3. Дано уравнение кривой в полярной системе координат: $r = -6 \sin \varphi$. Найти область определения функции, построить кривую и определить вид уравнения в декартовой системе координат.
4. Привести данные уравнения поверхностей к каноническому виду. Построить поверхности методом сечений.
 $x^2 + y^2 - 4y + z^2 + 2z + 1 = 0;$
 $x^2 + z^2 = 16;$
 $y^2 = x - 4;$
5. Заданы уравнения двух поверхностей: $x^2 + z^2 - y + 1 = 0, y - 2z = 1$. Построить обе поверхности и линию их пересечения. Написать уравнения линии пересечения поверхностей и уравнение ее проекции на плоскость Oxz . Построить проекцию линии пересечения заданных поверхностей на заданную плоскость.

Контрольная работа № 1 (по теме: «Основы линейной алгебры»)

1. Для данных матриц A и B и заданных чисел α, β

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ -2 & 6 & 0 \\ 10 & 3 & -8 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 6, \beta = 3.$$

требуется найти: 1) AB ; 2) $\alpha A \cdot B$; 3) $\beta A - E$, где E – единичная матрица; 4) транспонированные матрицы A^T и B^T .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель матрицы следующими способами:

а) разложением по элементам какой-нибудь строки; б) разложением по элементам какого-либо столбца

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. По заданной матрице A : найти её обратную A^{-1} и проверить равенства

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E.$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. При заданных матрицах A и B найти неизвестную матрицу X , удовлетворяющую матричному уравнению $AX = B$.

5. Найти общее решение данной системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14. \end{cases}$$

6. Вычислить ранг заданной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа № 2 (по теме: «Основы векторной алгебры»)

- Даны векторы: $a = (2; -1; -2)$; $b = (8; -4; 0)$. Найти векторы $c = 2a$, $d = b - a$. Определить длины векторов c и d , скалярный квадрат вектора d , скалярное произведение векторов c и d , угол между векторами c и d .
- Доказать, что точки $A(2; 1; 0)$, $B(0; 4; -3)$, $C(-2; 3; -5)$, $D(2; -3; 1)$ являются вершинами трапеции. Найти длины ее оснований.
- Векторы a и b образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Найти длину вектора $c = 2a - 3b$, если $|a| = 2$; $|b| = 1$.

4. Даны координаты вершин четырехугольника ABCD: $A(-4; -3; -2)$, $B(2; -2; -3)$, $C(-8; -5; 1)$, $D(4; -3; -1)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.
5. Найти скалярное произведение векторов: $p = i - 3j + k$; $q = i + j - 4k$.
6. Установить, будет ли треугольник с вершинами $A(-3,4)$, $B(-9,6)$, $C(5,2)$ равнобедренным.
7. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n} - 3\vec{p}$, если $\vec{m} = (4,5,-2)$, $\vec{n} = (2,-1,1)$, $\vec{p} = (4,3,-2)$.
8. Даны векторы $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; -2)$. Вычислить $[2\vec{a} - \vec{b} \times \vec{a} + 2\vec{b}]$.
9. Упростить выражение: $[2\vec{a} - 3\vec{b} \times \vec{a} + 4\vec{b}]$
10. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2;2;2)$, $B(1;3;3)$, $C(3;4;2)$.
11. Проверить, являются ли вектора $a = (1;2;2)$, $b = (2;5;7)$, $c = (1;1;-1)$ компланарными.

Контрольная работа № 3
(по теме: «Прямая и плоскость»)

Дополнить определения: (1 балл)	
1.	Общее уравнение плоскости имеет вид: $Ax + By + Cz + D = 0$, где A, B, C – _____ коэффициенты, которые _____.
2.	Данная система $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0; \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases}$ задает _____.

Выбрать правильный ответ: (2 балла)	
3.	Какое из перечисленных уравнений задает прямую? <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>а) $2x^2 + y - 1 = 0$;</div> <div>б) $-xy = 5$;</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>в) $-x + 5y - 1 = 0$;</div> <div>г) $4x^2 - 7y^2 + 1 = 0$.</div> </div>
4.	Уравнение плоскости, которая проходит через точку $A(1;0;-1)$, перпендикулярно данному вектору $\vec{n}(-2;3;-1)$ имеет вид: <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>а) $2x - 3y - z + 4 = 0$;</div> <div>б) $-2x + 3y - z + 1 = 0$;</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>в) $-2x + 3y - z + 3 = 0$;</div> <div>г) $-2x + 3y + 1 = 0$.</div> </div>
5.	Как взаимно расположены прямые $x + 5y - 4 = 0$ и $2x + 10y - 1 = 0$? <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>а) пересекаются под произвольным углом;</div> <div>б) параллельны;</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div>в) пересекаются под прямым углом;</div> <div>г) совпадают.</div> </div>
6.	Каноническое уравнение прямой на плоскости, проходящей через

	точки $A(1;-2)$ и $B(-2;4)$:	
	$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-6};$	$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{6};$
	$2x+y+1=0;$	$2x+y=0;$

Установить соответствие: (4 балла)		
7.	1. Прямая , проходящая через две точки $M_1(0;1)$ и $M_2(2;4)$	A. $2x - y + 1 = 0$
	2. Прямая с угловым коэффициентом 3, проходящая через точку $M(2;1)$	B. $4x + 3y - 12 = 0$
	3. Прямая, отсекающая на оси абсцисс и оси ординат соответственно отрезки 3 и 4	C. $3x - 2y + 2 = 0$
	4. Прямая, проходящая через точку $M(0;1)$ вдоль вектора $\vec{s} = (2;4)$	D. $3x - y - 5 = 0$

Решить задачи: (1 балл)	
8.	Дан треугольник ABC. Координаты двух его вершин равны соответственно $A(3;5)$ и $B(-1;2)$. Найти координату третьей вершины, которая принадлежит прямой $7x - 6y + 1 = 0$. Площадь треугольника равна 1.
9.	Построить тело, ограниченное данными поверхностями: $x + 2y + z = 8$, $x = 3$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Контрольная работа № 4
(по теме: «Кривые второго порядка»)

1. Составить уравнение окружности, проходящей через три заданные точки: $A(0; 2)$, $B(1; 1)$, $C(2; -2)$.
2. Дано уравнение эллипса: $25x^2 + 169y^2 = 4225$. Вычислить длины осей, координаты фокусов и его эксцентриситет.
3. Привести к каноническому виду уравнение кривой: $x^2 + 4y^2 - 6x + 8y = 3$. Сделать чертеж.
4. Записать уравнение окружности, проходящей через фокусы эллипса $9x^2 + 25y^2 = 1$ и имеющей центр в точке $A(0,6)$.
5. Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке $A(1,2)$ пополам.

Тестовое задание
(по теме: «Поверхности второго порядка»)

- | | |
|--|--|
| 1 Поверхность, заданная уравнением $F(x,y,z)=0$, где $F(x,y,z)$ - многочлен второй степени, называется... | 1. трансцендентной;
2. алгебраической второго порядка;
3. квадратичной;
4. поверхностью вращения. |
|--|--|

2. В сечении конуса плоскостью, не проходящей через вершину и имеющей угол наклона к плоскости Oxy , получим...
 1. эллипс;
 2. гиперболу;
 3. параболу;
 4. пару пересекающихся прямых.

3. Сущность метода сечений состоит в следующем...
 1. геометрические объекты задают с помощью чисел, уравнений, неравенств или их систем и изучают геометрические свойства фигур аналитическими методами;
 2. строят пересечение данной поверхности с другими поверхностями второго порядка и определяют уравнения полученных линий пересечения;
 3. поверхность пересекают плоскостями, параллельными координатным плоскостям, и по виду линий пересечения судят о поверхности;
 4. поверхность пересекают различными прямыми, проходящими через начало координат, и проецируют полученные точки пересечения на координатные плоскости

4. Какое из данных уравнений не определяет цилиндрическую поверхность
 1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 2. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
 3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
 4. $x^2 = 0$

5. Сечением поверхности $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$ плоскостью $x = 5$ является
 1. эллипс
 2. гипербола
 3. парабола
 4. пара пересекающихся прямых

6. Поверхность, определяемая уравнением $x^2 + y^2 = f^2(y)$ может быть получена вращением
 1. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Ox ,
 2. линии $y = f(z), y = 0$ вокруг оси Oy
 3. линии $z = f(y), x = 0$ вокруг оси Oy
 4. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Oz

7

Уравнение $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$
определяет...

1. эллиптический параболоид
2. эллиптический цилиндр
3. гиперболический параболоид
4. однополосный гиперболоид

Вопросы для коллоквиума:

1. Определение линейного пространства. Примеры, основные свойства.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Полная система векторов. Основная лемма о линейной зависимости.
4. Базисы и размерность. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса.
5. Координаты. Переход от одного базиса к другому.
6. Подпространства линейного пространства. Операции над ними.
7. Связь размерностей суммы и пересечения подпространств.
8. Прямая сумма подпространств.
9. Линейные отображения. Изоморфизмы, эпиморфизмы и мономорфизмы.
10. Связь размерностей ядра и образа линейных отображений.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Матрицы (основные определения, виды матриц).
2. Действия над матрицами (сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число). Их свойства.
3. Действия над матрицами (умножение, транспонирование матриц). Их свойства.
4. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков.
5. Свойства определителей.
6. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
7. Вычисление определителей четвертого и выше порядков.
8. Элементарные преобразования матриц.
9. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
10. Базисный минор матрицы.
11. Ранг матрицы. Его свойства.
12. Эквивалентные матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
13. Системы линейных алгебраических уравнений (основные понятия).
14. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.

15. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
16. Решение произвольных систем уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
17. Метод Гаусса решения линейных систем.
18. Решение системы однородных линейных уравнений.
19. Векторы (основные определения).
20. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число). Их свойства.
21. Проекция вектора на ось, свойства проекций.
22. Разложение вектора по ортам. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
23. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
24. Скалярное произведение векторов.
25. Алгебраические свойства скалярного произведения.
26. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов. Ортогональность векторов. Угол между векторами.
27. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Угол между векторами. Длина вектора.
28. Правые и левые тройки векторов. Определение векторного произведения векторов.
29. Связь векторного произведения с коллинеарностью векторов. Теорема о выражении площади параллелограмма через векторное произведение.
30. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
31. “Сочетательное” свойство смешанного произведения. Связь смешанного произведения с компланарностью и линейной зависимостью векторов.
32. Алгебраические свойства векторного произведения.
33. Выражение векторного и смешанного произведений через декартовы координаты.
34. Двойное векторное произведение.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Система координат на плоскости. Виды систем координат.
2. Система координат в пространстве. Виды систем координат.
3. Приложения метода координат на плоскости (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, площадь треугольника).
4. Преобразование системы координат (параллельный перенос, поворот осей координат).
5. Линии на плоскости. Основные понятия. Способы задания линии на плоскости.
6. Общее уравнение прямой на плоскости. Возможные частные случаи.

7. Основные типы уравнения прямой на плоскости.
8. Полярное уравнение прямой на плоскости.
9. Нормальное уравнение прямой на плоскости.
10. Пучок прямых на плоскости и его уравнение
11. Основные задачи о прямой на плоскости (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, расстояние от точки до прямой)
12. Уравнение поверхности в пространстве. Основные понятия.
13. Уравнение линии в пространстве. Основные понятия.
14. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
15. Основные типы уравнения плоскости.
16. Нормальное уравнение плоскости в векторной и координатной формах.
17. Основные задачи о плоскости (угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, расстояние от точки до плоскости).
18. Прямая в пространстве: векторное уравнение.
19. Параметрическое уравнение прямой в пространстве.
20. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
21. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.
22. Общее уравнение прямой в пространстве.
23. Основные задачи о прямой в пространстве (угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве).
24. Основные задачи о прямой и плоскости в пространстве (угол между прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости).

Вопросы к экзамену (3 семестр)

1. Уравнение линии в пространстве. Основные понятия.
2. Кривые 2-го порядка. Основные характеристики. Виды.
3. Эллипс. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
4. Окружность. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
5. Эксцентриситет эллипса и окружности. Директрисы.
6. Гипербола. Свойства. График. Вывод канонического уравнения. Сопряженная гипербола.
7. Асимптоты гиперболы. Эксцентриситет.
8. Парабола. Свойства. График. Вывод канонического уравнения.
9. Вырожденные случаи кривых 2-го порядка.
10. Оптические свойства кривых 2-го порядка.
11. Построение кривых в полярной системе координат.
12. Уравнение поверхности в пространстве. Основные понятия.
13. Понятие поверхности 2-го порядка.
14. Поверхности вращения и преобразование сжатия.
15. Эллипсоиды. Свойства. График.

16. Сфера. Свойства. График.
17. Гиперболоиды. Свойства. График.
18. Параболоиды. Свойства. График.
19. Конусы.
20. Цилиндрические поверхности.
21. Метод сечений.
22. Неполные уравнения поверхности 2-го порядка.
23. Комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами.
24. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексно сопряженное число.
25. Геометрический смысл комплексных чисел. Комплексная плоскость.
26. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
27. Формулы Муавра. Возведение в целую положительную степень комплексного числа.
28. Извлечение корня из комплексного числа.
29. Линейные пространства. Определение.
30. Базис и координаты. Размерность.
31. Изоморфизм конечномерных линейных пространств.
32. Преобразование базисов и координат и векторов.
33. Подпространства линейного пространства.
34. Определение Евклидова пространства. Примеры.
35. Неравенство Коши-Буняковского.
36. Длина элемента и угол между элементами в евклидовом пространстве.
37. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства.
38. Понятие линейного оператора. Действия над линейными операторами.
39. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
40. Квадратичные формы.

Вопросы и задания для диагностической работы

- 1 Минор M_{32} элемента a_{32} заданной квадратной матрицы A образован из элементов, оставшихся после вычёркивания _____.
- 2 Для какой матрицы не существует обратная к ней?
- 3 Чему равен определитель вырожденной матрицы?
- 4 Перечислите методы, с помощью которых можно вычислить определитель третьего порядка?
- 5 Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Запишите чему равна матрица $4A$.
- 6 Решая систему 4-х линейных уравнений с 4-мя неизвестными методом Гаусса

- получили матрицу $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 5 & 9 & 1 & -3 \\ 0 & 8 & 32 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right)$.
Сколько решений имеет данная система?
- 7 Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3, \\ x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_3 = 0. \end{cases}$ Является ли
- основной матрицей системы данная матрица $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$?
- 8 Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 4x_2 = 8 \end{cases}$
- 9 Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$. Найти элемент 1-й строки и 2-ого столбца суммы $A + 2B$.
- 10 Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ указать сумму элементов, расположенных на побочной диагонали
- 11 Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}$.
- 12 Чему равен минор элемента a_{12} определителя $\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$?
- 13 Для данных векторов $a = 2i + 2j - k$ и $b = 3i - 2j + 5k$ найти скалярное произведение.
- 14 Найти модуль вектора $a = 2i + 2j - k$
- 15 Запишите условие ортогональности двух векторов.
- 16 Вычислите $(2\bar{i} - \bar{j}) \cdot \bar{j}$.
- 17 Являются ли векторы $a = -3i + j - 2k$ и $b = 6i - 2j + 4k$ коллинеарными?
- 18 Даны координаты точек A (2,-5,3) , B (2,7,-2). Найти модуль вектора AB .

19 Определить сумму векторов $\vec{CB} + \vec{AB}$



20 Вычислите $(2\vec{i} \times \vec{k}) \cdot 2\vec{j}$.

21 Могут ли выступать три компланарных вектора базисом в пространстве?

22 Что такое ортонормированный базис?

23 Перечислите правила нахождения суммы векторов.

24 Как связано свойство коллинеарности векторов с их векторным произведением?

25 Доказать, что точки $O(0;0;0)$, $A(1;2;0)$, $B(2; 1; -5)$, $C(3;1;5)$ лежат в одной плоскости

26 Даны ортогональные векторы a, b , причем $|a|=3, |b|=4$. Определить $|a-b|, |a+b|$.

27 В чем заключается свойство антикоммутативности векторного произведения?

28 Запишите формулу, по которой определяется площадь треугольника, построенного на векторах a, b .

29 Что называется системой координат?

30 Какие системы координат вам известны?

31 Известны координаты точки в декартовой системе координат $A(1,2)$. Определить ее координаты в полярной системе координат.

32 Даны координаты концов отрезка AB : $A(1,-2,3)$ и $B(-4,5,1)$. Найти координаты точки M , которая делит этот отрезок пополам.

33 Найти расстояние между двумя точками $A(2; 3)$ и $B(-4; 1)$.

34 Указать чему равен угловой коэффициент прямой $y = 3x + 4$.

35 Указать направляющий вектор \vec{S} прямой $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{4}$.

36 Прямая с угловым коэффициентом 3 проходит через точку $M(2;1)$.

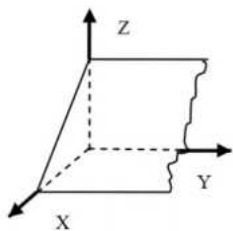
Запишите ее уравнение.

37 Указать координаты нормального вектора для данной прямой $2x - y + 1 = 0$.

38 Сформулируйте условие параллельности двух прямых на плоскости, заданных уравнениями: $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$.

39 Найти угол между плоскостями $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.

40 Запишите общее уравнение плоскости, изображенной на чертеже.



41

Прямая задана уравнением $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-1}{-5}$. Укажите координаты точки, через которую проходит эта прямая.

42

Записать координаты нормального вектора для данной плоскости $10x - 12y + 2z + 4 = 0$

43

Плоскость задана следующим уравнением: $\frac{x}{5} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{2} = 1$. Укажите какой отрезок она отсекает по оси ординат.

44

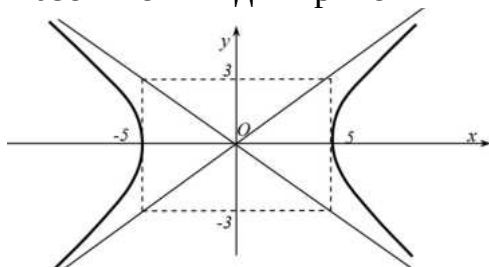
Плоскость задана следующим уравнением: $3x + 6y - 10z + 6 = 0$. Запишите уравнение параллельной плоскости.

45

Плоскости с уравнениями $0.2x + y + 3z - 1 = 0$ и $4x + 2y + 6z + 5 = 0$ являются_____.

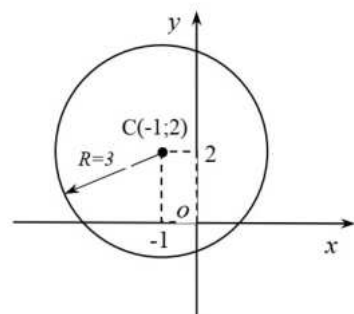
46

Назовите вид кривой и запишите ее каноническое уравнение



47

Запишите уравнение кривой, изображенной на чертеже



48

Указать радиус данной окружности $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

49

Указать координаты центра данной окружности $(x+5)^2 + y^2 = 9$.

50

Запишите уравнение эллипса с центром в начале координат, большая полуось которого равна 4, а меньшая равна 2.

51

Сколько осей симметрии имеет гипербола?

52

Укажите координаты вершин данного эллипса $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$.

53

Какую кривую второго порядка описывает данное уравнение

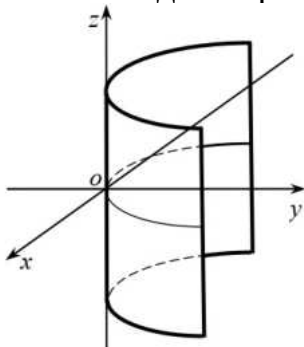
$(x+1)^2 = 4(y-3)$? Укажите координату вершины.

54 В чем заключается оптическое свойство эллипса?

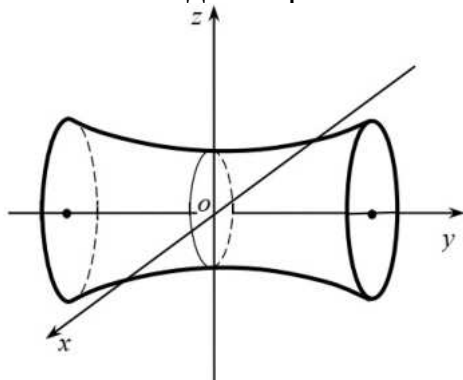
55 Установить, какой геометрический образ определяется уравнением $x^2 - 4x = 0$.

56 Установить, какой геометрический образ определяется уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = -1$.

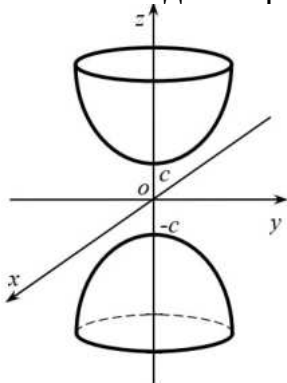
57 Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



58 Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



59 Укажите вид поверхности. Запишите ее уравнение.



60 Запишите уравнение гиперболического цилиндра с осью Oy.

61 Запишите уравнение эллиптического параболоида, с осью симметрии Oz.

62 Какие кривые образуются в сечении конуса плоскостью?

63 В чем заключается метод сечений?

64 Составить уравнение сферы с центром в точке $(3, -5, -2)$ и радиусом 4.

65 Какие существуют два типа гиперboloида?

- 66 Чему равны полуоси у данного эллипсоида $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$?
- 67 Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 1$.
- 68 Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$.
- 69 Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{4} = 1$.
- 70 Назовите поверхность, заданную уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{4} = 0$.

. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

ПО ДИСЦИПЛИНЕ: «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

для студентов 1 курса

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий

Кафедра высшей математики и методики преподавания математики
форма обучения очная

Код. Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями)

Профиль Математика. Экономика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Матрицы (основные определения, виды матриц).
2. Скалярное произведение векторов.

3. Вычислить определитель, сведением к треугольному виду:

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 2 & 6 \\ 8 & -9 & 4 & 9 \\ 7 & -2 & 7 & 3 \\ 5 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(2,-1,2)$, $B(1,2,-1)$, $C(3,2,1)$, используя векторное произведение.

Утверждено на заседании кафедры ВМ и МПМ, протокол №___ от 20__ года.

Экзаменатор

Ю.Н. Калайдо

Заведующий кафедрой

Я.П. Кривко